LA LOGICA

La scienza che fornisce all'uomo gli strumenti per controllare la validità dei suoi ragionamenti.

ENUNCIATI O PROPOSIZIONI: indicano affermazioni dichiarative di cui è possibile stabilirne la verità e la falsità indipendentemente da punti di vista soggettivi (gli enunciati si indicano sempre con lettere minuscole dell'alfabeto, dalla p in poi)

ESEMPIO:

è un enunciato: p:"Milano non è la capitale D'Italia" (dichiarativa, non soggettiva)

non è un enunciato: q:" i calciatori di serie A sono pagati molto" (dichiarativa e soggettiva)

Un enunciato è composto da un **argomento** e da un **predicato**

p:"Milano non è la capitale d'Italia"

- Milano = argomento
- non è la capitale d'Italia = predicato

VALORI DI VERITA' di un enunciato: sono i termini primitivi **vero** o **falso**

ESEMPIO:

è un enunciato falso: Milano è la capitale d'Italia

è un enunciato vero: Milano è capoluogo

ENUNCIATI APERTI O P(x): indicano affermazioni dichiarative in cui l'argomento è indicato da un simbolo detto variabile che può assumere più valori di una stessa categoria (o appartenenti ad un insieme assegnato detto insieme di definizione), mentre il predicato è sempre lo stesso.

$\in$ = APPARTIENE

ESEMPIO: P(x): "x è un numero dispari" $x \in A = \{3,5,7,11\}$

x = variabile di A A = insieme di definizione

Q(x):"x è un numero naturale" $x \in N = \{0,1,23,.........\,.........\}$

x = variabile di N N = insieme di definizione

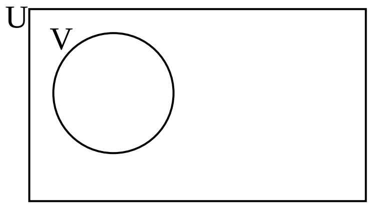
INSIEME DI VERITA' di un enunciato aperto = l'insieme dei valori per i quali l'enunciato aperto diventa un enunciato vero

ESEMPIO: Q(x): " x è una lettera della parola ambasciatore"

Si determina, poiché non è stato assegnato l'insieme di definizione: U= $\{a, b, c, d, e, f, ...\,...\}$

Si determina l'insieme di verità dell'enunciato aperto: V= $\{a, b, m, s, r, e, t, i, o\}$

Si rappresentano graficamente i due insiemi con i diagrammi di Eulero-Venn



Dato un generico enunciato semplice p (gli enunciati si indicano sempre con lettere minuscole dell'alfabeto, dalla p in poi), per rappresentare i valori di verità di p si utilizza una tabella detta **TAVOLA DI VERITA'**, ovvero:

p
V
F

E' possibIle studiare i valori di verità di due generici enunciati p e q in modo da poterli analizzare contemporaneamente. I quattro casi che si possono verificare, si possono facilmente leggere dalla seguente tavola di verità:

p	**q**
V	V
V	F
F	V
F	F

Questo tipo di rappresentazione è molto utile nello studio degli **ENUNCIATI COMPOSTI**.

I CONNETTIVI LOGICI: sono alcune congiunzioni del linguaggio naturale, tradotte in simboli, che servono a costruire enunciati composti di enunciati semplici.

Essi sono:		simboli
➢ la negazione	non	$\overline{p}$
➢ la congiunzione	e	$\wedge$
➢ la disgiunzione	o	$\vee$
➢ l'implicazione	se ……. allora……..	$\rightarrow$

LA NEGAZIONE: si ottiene negando un enunciato, ovvero da p si passa a $\overline{p}$ e si legge *non p*

ESEMPIO:

P(x): "x è una vocale" x $\in \{a, c, e, f, q, u\}$
Enunciato vero se x= a,e,u
Enunciato falso se x= f,q,c

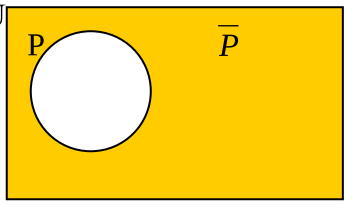
La sua negazione è:
$\overline{P(x)}$:"x non è una vocale" x $\in \{a, c, e, f, q, u\}$
Enunciato vero se x= c,f,q,
Enunciato falso se x= a,e,u

La <u>tavola di verità della negazione logica</u> è la seguente:

p	$\overline{p}$
V	F
F	V

<u>DEF: La negazione di un enunciato p è non p, che è falso quando p è vero, ed è vero quando p è falso.</u>

Dal punto di vista insiemistico, l'insieme di verità della negazione corrisponde al **complementare** dell'insieme di verità dell'enunciato di partenza.

U


P(x): "x è una vocale"
$\overline{P(x)}$:"x non è una vocale"
U= $\{a, c, e, f, q, u\}$
P= $\{a, e, u\}$
$\overline{P} = \{c, f, q\}$

LA CONGIUNZIONE: si ottiene aggiungendo la congiunzione "e" tra due enunciati semplici, permettendo così la formazione di un enunciato composto, si legge **<u>p e q</u>** e simbolicamente si scrive $\boldsymbol{p \wedge q}$

$\wedge$ = e

ESEMPIO:

P(x): "x è una lettera della parola madre" $x \in$ alfabeto
Enunciato vero se x= m,a,d,r,e
Enunciato falso se x= c, f,o,p,q,…………

Q(x): "x è una lettera della parola padre" $x \in$ alfabeto
Enunciato vero se x= p,d,r,a,e
Enunciato falso se x= c,f,n,…………..

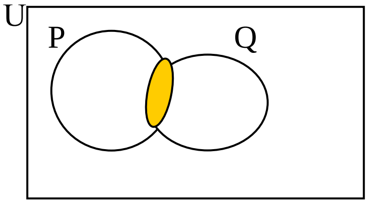
La congiunzione logica tra p e q è:
P(x) $\wedge$ Q(x):"x è una lettera della parola madre e della parola padre" $x \in$ alfabeto
Enunciato vero se x= a,e,r,d
Enunciato falso se x= m,p,f,……

La <u>tavola di verità della congiunzione logica</u> è la seguente:

p	**q**	**p $\wedge$ q**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

DEF: La congiunzione tra due enunciati p e q è un enunciato $p \wedge q$ (si legge p e q) che è vero solo quando p e q sono veri contemporaneamentee falso in tutti gli altri casi.

Dal punto di vista insiemistico, l'insieme di verità della congiunzione corrisponde all'**intersezione** degli insiemi di verità dei due enunciati di partenza.



P(x): "x è una lettera della parola madre"
Q(x): "x è una lettera della parola padre"
U= $\{a, b, c, d, e, f, \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\}$
P= $\{m, a, d, r, e\}$
Q= $\{p, a, d, r, e\}$
P(x) $\wedge$ Q(x) : "x è una lettera della parola madre e padre"
P $\cap$ Q= $\{a, d, r, e\}$

LA DISGIUNZIONE INLUSIVA: si ottiene aggiungendo la congiunzione "**o**" tra due enunciati semplici, permettendo così la formazione di un enunciato composto, si legge **p o q** e simbolicamente si scrive ***p*** $\vee$ ***q.***

$\vee$ = O

ESEMPIO:

P(x): "x è una lettera della parola madre" x $\in$ alfabeto
Enunciato vero se x= m,a,d,r,e
Enunciato falso se x= c, f,o,p,q,…………

Q(x): "x è una lettera della parola padre" x $\in$ alfabeto
Enunciato vero se x= p,d,r,a,e
Enunciato falso se x= c,f,n,…………..

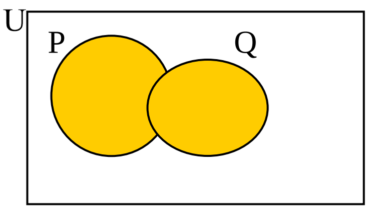
La disgiunzione logica tra p e q è:
P(x) $\vee$ Q(x):"x è una lettera della parola madre o della parola padre" x $\in$ alfabeto
Enunciato vero se x= m,p,a,e,r,d
Enunciato falso se x= f, g, h, i, ……

La tavola di verità della disgiunzione logica è la seguente:

p	**q**	**p $\vee$ q**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

DEF: La disgiunzione (inclusiva) tra due enunciati p e q è un enunciato $p \vee q$ (si legge p o q) che è falso solo quando p e q sono entrambi falsi e vero in tutti gli altri casi.

Dal punto di vista insiemistico, l'insieme di verità della disgiunzione corrisponde all'**unione** degli insiemi di verità dei due enunciati di partenza.



P(x): "x è una lettera della parola madre"
Q(x): "x è una lettera della parola padre"
U= $\{a, b, c, d, e, f, \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\}$

P= $\{m, a, d, r, e\}$
Q= $\{p, a, d, r, e\}$
P(x) $\vee$ Q(x) : “x è una lettera della parola madre o padre”
P $\cup$ Q= $\{m, p, a, d, r, e\}$

LA DISGIUNZIONE ESCLUSIVA: si ottiene aggiungendo la congiunzione “**o….o**” tra due enunciati semplici, permettendo così la formazione di un enunciato composto, si legge **o <u>p o q</u>** e simbolicamente si scrive $\vee$.

$\vee$ = O

ESEMPIO:

P(x): “x è una lettera della parola madre” x $\in$ alfabeto
Enunciato vero se x= m,a,d,r,e
Enunciato falso se x= c, f,o,p,q,………….

Q(x): “x è una lettera della parola padre” x $\in$ alfabeto
Enunciato vero se x= p,d,r,a,e
Enunciato falso se x= c,f,n,…………..

La disgiunzione logica tra p e q è:
P(x) $\vee$ Q(x):”x è o una lettera della parola madre o della parola padre” x $\in$ alfabeto
Enunciato vero se x= m,p,a,
Enunciato falso se x= d,r,e, ……

La <u>tavola di verità della disgiunzione logica</u> è la seguente:

p	**q**	**p $\vee$ q**
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

<u>DEF: La disgiunzione (esclusiva) tra due enunciati p e q è un enunciato p $\vee$ q (si legge o p o q) che è falso solo quando p e q sono entrambi falsi o entrambi veri..</u>

Dal punto di vista insiemistico, l’insieme di verità della disgiunzione corrisponde all’**unione** degli insiemi di verità di P-Q unito a Q-P.

U= $\{a, b, c, d, e, f, \ldots\ldots\ldots \ldots\ldots\}$
P= $\{m, a, d, r, e\}$
Q= $\{p, a, d, r, e\}$
P(x) $\vee$ Q(x) : “x è una lettera o della parola madre o padre”
(P-Q) $\cup$ (Q-P)= $\{m, p, a, d, r, e\}$

LA IMPLICAZIONE MATERIALE O CONDIZIONALE: si ottiene costruendo un enunciato composto aggiungendo il termine SE all'inizio ed il termine ALLORA tra i due enunciati semplici, si legge **se p allora q** e simbolicamente si scrive $\boldsymbol{p \to q}$; si ottiene così una frase tipica come quella usata nei **TEOREMI.**

$\to$= ALLORA

La tavola di verità è la seguente:

p	q	$p \to q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

DEF: La implicazione tra due enunciati p e q è un enunciato $p \to q$ (si legge se p allora q) che è falso solo quando p è vero e q falso, vero in ogni altro caso.

IMPLICAZIONE CONTRARIA, INVERSA O CONTRONOMINALE

Data un'implicazione $\boldsymbol{p \to q}$ si ha che:

- $\overline{p} \to \overline{q}$ è l'implicazione contraria di $\boldsymbol{p \to q}$
- $\boldsymbol{q \to p}$ è l'implicazione inversa di $\boldsymbol{p \to q}$
- $\overline{q} \to \overline{p}$ è l'implicazione contro nominale di $\boldsymbol{p \to q}$

COIMPLICAZIONE MATERIALE O BICONDIZIONALE

si ottiene costruendo un enunciato composto aggiungendo il termine SE E SOLO SE tra i due enunciati semplici, si legge **p se e solo se q** e simbolicamente si scrive $\boldsymbol{p \leftrightarrow q}$; si ottiene così una frase tipica come quella usata nei **TEOREMI**.

$\leftrightarrow$= SE E SOLO SE

La tavola di verità è la seguente:

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

DEF: Si definisce complicazione materiale o bicondizionale di p e q, $p \leftrightarrow q$ (si legge p se e solo se q) la proposizione che è vera quando p e q hanno lo stesso valore di verità e falsa in caso contrario.